Материалы Международной научной конференции «КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ» (Дубай (ОАЭ), 15-22 октября 2010 г.)

Физико-математические науки

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ЯВНЫЕ ОДНОШАГОВЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЖЕСТКИХ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Ващенко Г.В.

Сибирский государственный технологический университет, г. Красноярск, Россия

Предложены параллельные явные одношаговые методы первого, второго порядков, обеспечивающие возможность с минимальными вычислительными затратами интегрировать жесткие системы обыкновенных дифференциальных уравнений. В предлагаемых параллельных алгоритмах изменение величины шага построены на основе контроля точности и устойчивости численной схемы, а в неравенстве для контроля точности применяется оценка локальной ошибки метода.

В настоящее время одним из основных параметром, характеризующих эффективность использования вычислительной техники в науке и технологии, являются математические модели и численные методы, применяемые при создании программ для реализации исследований и расчетов по этим моделям. Моделирование процессов во многие важных приложениях приводит к необходимости численного решения задачи Коши для умеренно жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений [2, 3].

Рассматривается задача Коши для автономной системы обыкновенных дифференциаль ных уравнений первого порядка

$$y' = f(y),\ y(t_0) = y_0,\ t_0 \le t \le t_k \qquad (1)$$

где y: $[t_0,\ t_k] \to R^N$, f: $[t_0,\ t_k]\times\ R^N \to R^N$, $[t_0,\ t_k]$ —отрезок интегрирования. В предположении существования и единственности решения задачи (1) параллельная схема метода первого порядка с контролем точности для численного решения (1) в вычислительной системе из p процессоров, $N > p$ и $s = N/p$, если N кратно p, или $s = [N/p] + g$, в противном случае, записывается в виде [1]

$$y_{j_s}^{(n+1)} = y_{j_s}^{(n)} + h_{n+1} f_{j_s}(y^{(n)}),\ y_{j_s}^{(0)} = y_{j_s}(t_0),\ 1 \le j \le p,\ (j-1)\cdot s + 1 \le j_s \le j \cdot s, \qquad (2)$$

где $y_{js}^{(n)} \in Comp(j)$, $\| \delta_n \| = 0.5h \| f_{n+1} - f_n \| \le \varepsilon$, $1 \le j \le p$, $(j-1)\cdot s + 1 \le j_s \le j\cdot s$, $\| \cdot \|$ — некоторая норма в R^N, $\| \delta_n \|$ - норма вектора локальной погрешности, f_{n+1} и f_n — значения правой части системы (1) соответственно в точках t_{n+1} и t_n, ε требуемая точность. Параллельная схема второго порядка для численного решения (1) имеет вид

$$y_{j_s}^{(n+1)} = y_{j_s}^{(n)} + 0{,}5\,(k_{1\,j_s}^{(n)} + k_{2\,j_s}^{(n)}),\ y_{j_s}^{(0)} = y_{j_s}(t_0), 1 \le j \le p,\ (j-1)\cdot s + 1 \le j_s \le j \cdot s, \qquad (3)$$

где $k_{1\,j_s}^{(n)} = h_{n+1} f_{j_s}^{(n)}(y^{(n)}), k_{2\,j_s}^{(n)} = h_{n+1} f_{j_s}^{(n)}(y^{(n)} + k_1^{(n)})$, $\| \delta_n \| = 0.5h \left\| k_2^{(n)} - k_1^{(n)} \right\| \le \varepsilon$

. Неравенство для оценки устойчивости $h|\lambda_{max}| \le D$, где $|\lambda_{max}|$ -наибольшее собственное число якобиана, D — размер области устойчивости (для схемы (3) он равен 2). Выбор величины шага h_n для схемы (2) определяется по формуле $h_n = qh_n/1.1$, где $q = (\varepsilon / \| \delta_n \|)^{1/2}$, а для схемы (3) по формуле $h_n = max(h_n,\ qh_n)/1.1$, где $q = (D / h_n |\lambda_{max}|)^{1/2}$.

Укрупненная схема параллельных алгоритмов предложенных вычислительных схем (2), (3) состоит в следующем. Компоненты $y_{js}^{(n)}$ распределяются по p процессорам согласно блочной схеме распределения по s компонентов в каждом. Каждая задача U_j выполняется на $proc(j)$, $U_j \in proc(j)$. $Proc(1)$ определяет значение шага h_n и передает всем $proc(j)$, используя коммуникационную операцию *one-to- all*. В каждом $proc(j)$ вычисляются $y_{js}^{(n)}$, т.е. решается задача U_j, вычисляется значение локальной нормы $\| \delta_n \|_j$ и выполняется операция *all-to-all*. Для вычисления значений элементов $f_{js}(y^{(n)})$ вектора правой части разрабатывается отдель ная функция. Таким образом, общая схема параллельного алгоритма сводится к линейной форме и обеспечивается возможность анализа и оценки его эффективности алгоритма.

Алгоритмы реализованы в виде отдельных функций языка *C* и включены в комплекс программ, предназначенных для численного моделирования процессов, описываемых жесткими системами на многопроцессорных вычислительных системах кластерной архитектуры. Коммуникационные операции реализованы функциями библиотеки MPI.

Расчеты, выполняемые на 99-процессорном кластере ИВМ СО РАН [4] показали, что параллельные схемы (2), (3) применяться в случаях, когда расчеты требуется проводить с невысокой точностью — порядка 1 % и ниже.

Список литературы

1. Ващенко Г.В., Новиков Е.А. Параллельная реализация явных методов типа Рунге-Кутты // Вестник КрасГАУ. — 2010 — №2 — С. 14-18.

2. Новиков Е.А. Явные методы для жестких систем. — Новосибирск: Наука, 1997.

3. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. — М.: Мир, 1999.

4. Исаев С.В., Малышев А.В., Шайдуров В.В. Развитие Красноярского центра параллельных вычислений // Вычислительные технологии. — 2006. — №11. — С. 28-33.

Материалы Международной научной конференции

«КУЛЬТУРНОЕ НАСЛЕДИЕ РОССИИ И СОВРЕМЕННЫЙ МИР»

(Дубай (ОАЭ), 15-22 октября 2010 г.)

Искусствоведение

ТАНЕЦ С. ЭРЬЗИ В КОНТЕКСТЕ НАЦИОНАЛЬНЫХ АСПЕКТОВ ТВОРЧЕСТВА

Портнова Т.В.

НОУ ВПО «Институт русского театра»

Неповторимая художническая индивидуальность С.Д. Эрьзи (Нефедова) неразрывно связана с Родиной, её истоками, с народной мифологией, фольклором, всецело порождена законами природы, её своеобразными особенностями. Псевдоним Эрьзя происходит от названий двух основных этнографических групп мордовской нации, к которой он принадлежал, именно так он подписывал свои работы.

Обширное художественное наследие С. Эрьзи разбросано по многим музеям мира (художник ездил по многим городам Италии, жил и работал в Париже), но основные произведения находятся в Мордовском музее изобразительных искусств. Творчество скульптора, получившее мировую известность, опиралось на традиции Микеланджело, О. Родена, М. Врубеля. Образы, им созданные, отличаются поэтичностью, психологической одухотворенностью, обобщенностью. Вместе с тем, интересующая нас узкая грань — тематика танца, связанная с ней тема юности и молодости всецело лежит в пределах этого поэтически-мифологического мироощущения, входит как самобытная национальная струя в интерпретацию балетного образа в конце XIX — первой половине XX вв. Несмотря на все сложности С. Эрьзя терпеливо и упорно добивался реализации постановленных замыслов. «Первыми художественными впечатлениями и первой школой для него были вышивки матери, резьба по дереву старшего брата, поделки отца из корневищ и сучьев, подобранных им во время бурлацких походов по Волге. Все это так же, как и мордовские народные песни, сказания и легенды, так часто звучавшие в доме родителей, впо-